

## Utilização da Programação Linear na Otimização de um Programa de Produção de uma Tecelagem

Caíque Menezes dos Santos (UTFPR) [caique\\_menezes@yahoo.com.br](mailto:caique_menezes@yahoo.com.br)  
Fernanda Berthoni de Oliveira (UTFPR) [fberthoni@hotmail.com](mailto:fberthoni@hotmail.com)  
Juliet dos Santos Schmidt (UTFPR) [julietschmidt@live.com](mailto:julietschmidt@live.com)  
Cassiano Moro Piekarski (UTFPR) [cassianopiekarski@gmail.com](mailto:cassianopiekarski@gmail.com)

### Resumo:

O presente artigo aplica conhecimentos da Pesquisa Operacional (PO), especificamente a Programação Linear (PL), no setor de produção têxtil, na área da tecelagem. O artigo aborda em seu referencial teórico alguns conhecimentos desde o surgimento da PO, a programação linear, até sua utilização na área têxtil. Este trabalho foi baseado em um problema de uma empresa real de tecelagem. O objetivo deste artigo foi construir um modelo matemático em Programação Linear (PL) para auxiliar a tecelagem no processo de otimização da utilização de seus recursos disponíveis para produzir uma demanda de produtos. Os produtos são: 150.000 metros de tecidos tipo A e 100.000 metros de tecidos do tipo B, estabelecendo quantas horas por mês deverá estar em operação cada tear e qual tipo de artigo este deverá produzir mensalmente. Os resultados alcançados atingiram as expectativas, visto que a solução ótima encontrada respeita todas as condições impostas pelas restrições do modelo.

**Palavras chave:** Pesquisa Operacional. Tecelagem. Programação Linear.

## The Use Of Linear Programming In Optimization Of Production Of A Weaving Program

### Abstract

This article applies Operations Research (OR) knowledgements, specifically the Linear Programming (LP), in textile production sector in weaving area. On theoretical background, this paper discusses the emergence of knowledge from PO, the linear programing, until its use in the textile field. This work was based on a real company problem and weaving was reduced to a smaller scale. The aim of this paper was to construct a mathematical model in Linear Programming (LP) for assisting a weaving optimize the use of its available to produce a product demand resources. The products are: 150.000 meters of tissue type A and 100.000 meters tissue type B, establishing how many hours per month should be in operation every tear and what type of article it should produce monthly. The achieved results meet expectations, since the optimal solution found satisfies all the conditions imposed by the constraints of the model.

**Key-words:** Operational Research. Weaving. Linear Programming.

### 1. Introdução

Com o passar dos anos começaram a surgir novas tecnologias, e tornou-se necessário as empresas se atualizarem para fazer frente à concorrência que cada vez mais está acirrada. Mas

nem todas empresas dispõem de recursos financeiros para esse atualizarem constantemente, e por isso utilizam diversos recursos para amenizarem essa falta de recurso. A Pesquisa Operacional (PO) pode ser utilizada de diversas formas para suprir as necessidades das empresas, uma delas é auxiliando na otimização de recursos e máquinas. Ezema e Amakom (2012) listam também outras áreas de uso da PO, como: companhias aéreas, agricultura, refino de petróleo, educação, planejamento energético, controle de poluição, planejamento de produção, planejamento de transporte, cronograma, pesquisa e desenvolvimento, sistema de saúde e etc.

Na Indústria Têxtil a PO pode ser utilizada de várias maneiras que vão desde designação de máquinas, passando por diminuição de custos, misturas de matéria-prima, até a otimização de recursos. Essas aplicações são fundamentais para a tomada de decisões dentro das empresas, para que se obtenha os melhores resultados possíveis. Dr. Dean Hartley (HARTLEY, 2014), por exemplo, desenvolveu uma PL voltada à utilização de teares em uma indústria têxtil, visando um lucro máximo com o melhor mix de produtos que poderia ser produzido em uma empresa.

No projeto desenvolvido por Hartley foi utilizada uma PL implementada no software da IBM, que na época era a principal empresa na área de informática. Atualmente com o progresso tecnológico tornou-se mais fácil encontrar soluções ótimas para este tipo de problema, através de softwares mais sofisticados como Lingo e Excel, este último foi utilizado no desenvolvimento deste artigo.

O objetivo deste artigo é construir um modelo matemático através da programação linear, visando a otimização da produção de uma tecelagem que tem uma demanda dos seguintes artigos: 150.000m/mês de tecidos tipo A e 100.000m de tecidos do tipo B, estabelecendo quantas horas por mês deverá estar em operação cada tear e qual tipo de artigo este deverá produzir.

## **2. Referencial Teórico**

### **2.1. Pesquisa Operacional e Programação Linear**

A pesquisa operacional tem seus primeiros registros durante a segunda guerra mundial, quando a Força Aérea dos Estados Unidos organizou um grupo de pesquisadores chamado SCOP (*Scientific Computation Of Optimum Program*), com objetivo de otimizar a alocação de seus recursos limitados, durante a guerra (HEIN & LOESH, 2009).

Para Vidal (2006) passando a Segunda Guerra Mundial, a Pesquisa Operacional foram transferidos para o público e do setor industrial no Reino Unido e nos EUA. Durante os e 60, a Pesquisa Operacional foi expandida também para outros países industrializados 50. Até o final da década de 60, foi estabelecida como uma disciplina acadêmica na maioria dos países industrializados, e também foi adotada pelas empresas de consultoria, grupos de empresas e associações de pesquisa.

Após esse episódio grupos de cientistas continuaram a se reunir para realizar pesquisas sobre algumas atividades operacionais militares. Assim surgiu o termo Pesquisa Operacional (PO). Com o término da guerra, a PO teve grande evolução tanto nos Estados Unidos quanto na Inglaterra (MOREIRA, 2007).

Como o próprio nome sugere a PO está baseada em “pesquisas sobre operações” e é aplicada a problemas que necessitem a condução e a coordenação de atividades em uma organização,

podendo ser aplicada nas mais diversas áreas, como manufatura, transportes, planejamento financeiro, e até mesmo na área têxtil. (HILLIER & LIBERMAN, 2013).

Segundo Hillier & Liberman (2013), a PO procura obter a melhor solução, também chamada de solução ótima, para resolver determinado problema. A PO também está sendo chamada de “ciência e tecnologia de decisão”, pois está relacionada a ideias e processos para articular e modelar problemas de tomadas de decisão.

A Pesquisa Operacional apresenta melhores resultados quando utilizada em problemas bem definidos, tais como: planejamento de produção, planejamento de investimentos, planejamento do projeto, a localização das instalações e terminais, design de sistemas de distribuição, planejamento de transportes, entre outros.

Problemas de PO são usualmente modelados na forma de uma função objetivo (por exemplo, maximizar o lucro da empresa) e diversas restrições (associadas, por exemplo, à disponibilidade de matérias-primas, mão-de-obra, etc.) (FOGLIATTO, 2012).

Os fundamentos da PO estão embasados na matemática, na análise de sistemas e na estatística. A ferramenta amplamente utilizada na resolução de problemas é o computador, pois modelos matemáticos de porte médio ou grande, tornam sua solução manual muito difícil. Por estar voltada para programação matemática, deve-se ressaltar que as soluções ótimas obtidas, são determinadas do ponto de vista numérico, não levando em conta variáveis de cunho comportamental, de acordo com Moreira(2007).

A PO pode ser abordada de várias maneiras, uma das mais utilizadas é a Programação Linear (PL), que segundo Hein & Loesh (2009) consiste na busca pela solução de problemas de maximização ou minimização de algum objetivo, que deve atender a algum conjunto de restrições.

O uso de modelos em redes tem crescido substancialmente nos últimos anos, dado o seu reconhecimento como uma importante ferramenta para problemas associados com a Teoria da Decisão. (MARINS & PERIN FILHO, 2006).

As técnicas de PO mais empregadas estão organizadas nas seguintes categorias: 1ª) Programação Linear: envolvendo problemas de programação linear, programação linear inteira, problemas de transporte, problemas de transbordo, problemas de designação e problemas de alocação de recursos; 2ª) Análise de Redes: envolvendo problemas de árvore geradora mínima, caminho mais curto e fluxo máximo; 3ª) Teoria dos Estoques; 4ª) Teoria das Filas; 5ª) Simulação de Sistemas; 6ª) Teoria dos Jogos; 7ª) Programação Dinâmica: trata de problemas ligados à Teoria da Decisão e da Teoria da Utilidade (BORGES, 2002).

Para Bellis (2003) a programação linear é um assunto prático. De fato, o seu rápido desenvolvimento se deu por causa das inúmeras aplicações a que foi submetido. Ela é apenas uma aproximação do mundo real, entretanto, a representação, em geral, nos leva a resultados bastante razoáveis.

Programação Linear é o modelo de otimização matemática mais usado e abusado em Pesquisa Operacional prática. Neste modelo, os critérios e todas as restrições são lineares. Software eficaz e de confiança estão disponíveis para resolver problemas de grande escala. A principal dificuldade em aplicações da vida real é coletar a enorme

quantidade de dados quantitativos fiáveis necessários para problemas de grande porte. (VIDAL, 2006).

Segundo Moreira (2007), a PL segue algumas etapas na busca da solução de um problema, que são descritas a seguir. Primeiro deve ser feita definição da situação-problema, onde é necessário reconhecer que há um problema que demanda uma solução. Após estar definida a situação problema, passa-se à formulação do modelo matemático, onde deve-se definir as variáveis do problema, que é o que se pode controlar e o que deseja-se saber o valor; a função objetivo, que deve ser expressa em função das variáveis do problema; e as restrições, que são o que limitam as combinações das variáveis. Para que se chegue a uma solução, é necessário manipular o modelo formulado, onde na maioria das vezes envolve a solução de equações ou inequações lineares. A partir daí, segue-se para a implementação da solução, com o auxílio de ferramentas computacionais.

Vidal (2006) também diz que o pesquisador operacional irá apoiar o grupo no processo de resolução de problemas, ele irá garantir que o problema, termine com um plano de ação a ser aprovado pelos decisores. Normalmente, o trabalho do pesquisador operacional também irá fornecer algum conhecimento técnico.

Um consultor de Pesquisa Operacional é um indivíduo, envolvido em análise, no âmbito de uma investigação localizado no contexto de uma organização incorporado em uma determinada sociedade (ORMEROD & ULRICH, 2012). A tomada de decisões é algo que ocorre diariamente na vida do ser humano. Nas indústrias é necessário decidir qual fluxo deve seguir a produção, que tipo de artigo e em que ordem deverá ser produzido. Uma indústria têxtil é composta por diversos processos, entre eles o de tecelagem, que é onde o fio é transformado em tecido. A PO pode contribuir nessa área através da tomada de decisões. Nesse contexto como consultores de Pesquisa Operacional construímos um modelo matemático a fim de auxiliar no processo de tomada decisões de uma tecelagem.

## 2.2. Processo de Tecelagem

A prática da tecelagem consiste no ato de entrelaçar fios de trama (horizontal) e urdume (vertical), para a formação do tecido.

O processo de tecelagem é composto pelas seguintes etapas:

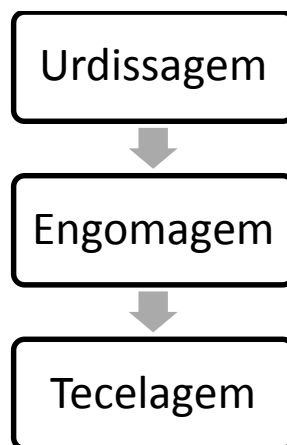


Figura 1: Etapas da Tecelagem

Na urdissagem os cones com fios estão dispostos em gaiolas, esses fios passam pelo pente e chegam até a urdideira, onde são unidos em um único rolo. Esse rolo de fios é levado à engomagem a fim de receber goma para lhe dar mais resistência à tração e abrasão. Após serem engomados os fios são levados ao tear, que após ser preparado com os fios começa a formar o tecido. Em um mesmo tear pode se produzir vários tipos de tecidos em momentos diferentes.

Este artigo focará na última etapa do processo que é a tecelagem propriamente dita. De acordo com Pereira (2009) para formar o tecido, cruzam-se fios verticais que estão presos entre os órgãos do tear, com fios horizontais (trama) que são transportados pela lançadeira, jatos de ar, projéteis ou jatos d'água.

### 3. Materiais e métodos

A planilha do artigo foi desenvolvida no Excel do office 2013, através do suplemento solver. O método utilizado para a solução do problema proposto foi a Programação Linear (PL), e é dividida em três partes: Variáveis de Decisão, Função Objetivo e Restrições.

- a) **Variáveis de Decisão:** São as variáveis que necessitam serem determinadas pelo problema. É necessário que haja uma unidade envolvida, seja comprimento seja velocidade e etc.
- b) **Função Objetivo:** Pode ser de Maximização ou Minimização dependendo do problema proposto. Consiste em somatórias oriundas de produtos entre os coeficientes e suas respectivas variáveis.
- c) **Restrições:** É a parte responsável por delimitar as soluções e restringir o valor das variáveis.

Esta empresa e seu problema são fictícios, embora a quantidade de máquinas seja baseada em uma empresa real. A quantidade de máquinas apresentadas aqui é 4 vezes menor que a empresa realmente possui. Tal empresa possui 21 teares, sendo 14 da Toyota Têxtil modelos JAT710 (jato de ar) e 7 da Sulzer (lançadores de projétil). Essa relação entre máquinas que a empresa tem e a quantidade utilizada na PL da-se pela limitação que o Excel apresentou quanto ao número de restrições.

É importante ressaltar que o suplemento solver presente no Excel tem uma limitação quanto ao número de restrições, sendo esta de 200, o que não possibilita a utilização desse suplemento para problemas compostos por diversas restrições e variáveis. Para problemas complexos e de alto número de restrições há a opção de utilizar o software Lingo, já que este permite um maior número de variáveis e restrições que o Excel.

#### 3.1. Identificando o Problema

O problema proposto para a tecelagem do artigo, consiste em uma demanda de dois tipos de tecidos, conhecidos como tecido/artigo A e B, para o primeiro é necessário a produção de 150.000 (cento e cinquenta mil) metros de tecido em um mês e para o segundo tecido a produção necessária no mesmo período é de 100.000 (cem mil) metros. Dessa forma buscou-se desenvolver um modelo matemático que suprisse essas demandas e ao mesmo tempo minimizasse a quantidade de horas mensais que cada tear deve operar.

#### 3.2. Estabelecendo as Variáveis de Decisão

As variáveis de decisão foram definidas como sendo a quantidade de horas mensais que cada tear deverá destinar à produção de cada artigo, a saber artigos A e B. Portanto, definiu-se as

variáveis como  $X_{ij}$ , onde  $i$  é número de teares que varia de 1 a 21, consistindo em 14 teares Toyota ( $i=1,2,3,\dots,14$ ) e 7 teares Sulzer ( $i=15,16,17,\dots,21$ ) e  $j$  constituindo os tipos de artigos a serem produzidos (A e B).

### 3.3. Função Objetivo

O objetivo do modelo proposto é otimizar a quantidade produzida (em metros) da produção dos artigos têxteis. Então, como função objetivo (1), tem-se:

$$MIN (Z) = \sum_{i=1}^{21} \sum_{j=A}^B R_{ij} X_{ij} \quad (\text{metros/mês}) \quad (1)$$

Onde:

- $R_{ij}$  = Rendimento de cada tear para cada tipo de artigo (metros/hora);
- $X_{ij}$  = quantidade de horas mensais que cada tear deverá destinar à produção de cada artigo.

Para a função objetivo o rendimento utilizado para cada tear foi a sua produção em metros/hora, que foi obtida através da seguinte fórmula:

$$R_{ij} = \frac{RPM \times 60 \times \%EF}{\frac{Bat}{cm} \times 10^4} \quad (\text{metros/hora}) \quad (2)$$

Significando:

- $R_{ij}$  = Rendimento do tear  $i$  para o artigo  $j$  (em metros/hora);
- RPM = Rotação por minuto;
- %EF = Eficiência da máquina em porcentagem;
- Bat/cm = Fios de trama por centímetro do tecido.

A tabela 1 expressa as características de cada tear para o artigo A e para o artigo B. Sendo 27 batidas/cm no artigo A e 19 batidas/cm no Artigo B.

Características	Tear Toyota	Tear Sulzer
RPM	1125	675
Eficiência (%)	90	70

Fonte: Autores

Tabela 1: Rendimento dos teares para produção dos tecidos

### 3.4. Restrições

Foram utilizadas como restrições para o modelo a quantidade de horas disponíveis por cada tear no mês, sendo assim as horas máximas disponíveis para um tear funcionar no mês eram de 600 horas, já que a empresa funciona 25 dias por mês e trabalha nos três turnos.

Um tear pode produzir os dois tipos de artigos não excedendo as horas mensais disponíveis (600 horas), constituindo o conjunto de restrições da equação (3):

$$\sum_{j=A}^B X_{ij} \leq 600 \quad (\text{para teares } i = 1, 2, \dots, 21) \quad (3)$$

E finalmente foi definida a restrição quanto a produção mensal mínima dos artigos A e B, respectivamente 150.000 e 100.000 metros, descrita na equação (4) e (5):

$$R_{iA} \cdot X_{iA} \geq 150.000 \quad (\text{para } i = 1, 2, \dots, 21) \quad (4)$$

$$R_{iB} \cdot X_{iB} \geq 100.000 \quad (\text{para } i = 1, 2, \dots, 21) \quad (5)$$

Também é uma restrição importante a não-negatividade, que impede as variáveis encontradas serem negativas. Como o modelo é sobre a quantidade de horas que o tear irá destinar a produzir os artigos essa restrição torna-se fundamental para se obter uma solução ótima possível.

#### 4. Resultados e Discussões

Os resultados encontrados pela simulação foram satisfatórios, visto que uma solução ótima foi encontrada respeitando todas as restrições e satisfazendo a demanda de produtos. O valor mínimo encontrado na função objetivo foi de 268079 horas gastas por todos os teares juntos mensalmente.

Quantidade de Tecido Produzido (m/mês) Tipo "A"	Quantidade de Tecido Produzido (m/mês) Tipo "B"	Variáveis de decisão Tear <i>i</i> e Produtos "A"		Variáveis de decisão Tear <i>i</i> e Produtos "B"		Rendimento do tear <i>i</i> (metros/hora)	
		Variável	Horas Trab/mês	Variável	Horas Trab/mês	Para Produto "A"	Para Produto "B"
150.000	100.000	X1A	0	X1B	600	10,5	31,97
		X2A	600	X2B	0	22,5	31,97
		X3A	600	X3B	0	22,5	31,97
		X4A	600	X4B	0	22,5	31,97
		X5A	600	X5B	0	22,5	31,97
		X6A	600	X6B	0	22,5	31,97
		X7A	600	X7B	0	22,5	31,97
		X8A	600	X8B	0	22,5	31,97
		X9A	600	X9B	0	22,5	31,97
		X10A	600	X10B	0	22,5	31,97
		X11A	600	X11B	0	22,5	31,97
		X12A	66,67	X12B	533,33	22,5	31,97
		X13A	0	X13B	600	22,5	31,97
		X14A	600	X14B	0	22,5	31,97
		X15A	0	X15B	600	10,5	14,92
		X16A	0	X16B	600	10,5	14,92
		X17A	0	X17B	600	10,5	14,92
		X18A	0	X18B	600	10,5	14,92
		X19A	0	X19B	600	10,5	14,92
		X20A	0	X20B	600	10,5	14,92
		X21A	0	X21B	600	10,5	14,92

Função Objetivo (Z) = **268.079**  
(Quantidade total, em metros, dos produtos "A" e "B")

Fonte: Autores

Tabela 2: Descrição dos valores obtidos na programação linear

Com o resultado da função objetivo, foi possível observar que 11 teares da Toyota produzirão o artigo A durante todo o mês. Produzirão o artigo B 2 teares da Toyota e 7 Sulzer, 1 tear da Toyota deverá produzir durante o mês 66,67 horas (aproximadamente 2 dias e 18 horas) do artigo A e 533,33 horas do artigo B.

Segundo o modelo proposto, foram produzidos exatamente 150.000 metros do artigo A e 118.079 metros do artigo B, totalizando 268.079 metros produzidos mensalmente na tecelagem. A quantia em excesso do artigo B poderá ficar estocada ou ser aplicada de outra maneira. Esse excedente otimiza a produção, pois o tear não ficará parado gerando prejuízos.

## 5. Conclusões

Em suma, conclui-se que a programação linear auxilia na tomada de decisões fundamentais, pois é uma forma eficaz de simular o planejamento da produção. O objetivo de elaborar um modelo matemático da PL para auxiliar na otimização da produção de uma tecelagem foi alcançado, baseado nos resultados encontrados e no cumprimento das restrições presentes na Programação Linear elaborada.

Quanto às limitações do modelo construído, vale ressaltar que muitos fatores podem interferir nos resultados (problemas mecânicos nos teares, matéria prima de baixa qualidade, acidentes de trabalho entre outros fatores). Tais fatores não foram considerados neste modelo, visto que alguns podem ser previstos e outros não, mas ainda sim é válido usar a Programação Linear para direcionar e dimensionar os resultados dos problemas.

Por fim, o modelo desenvolvido pode ser ampliado e replicado em outras tecelagens e indústrias têxteis, visto que a otimização da programação da produção é um fator decisivo para a competitividade das empresas no setor.

## Referências:

- BELLIS, Patrícia Maria de.** *Definição de Mix de Produção com Uso de Programação Linear e Custos Empresarias*. 2003. 12 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2003.
- BORGES, Paulo César Rodrigues.** Métodos quantitativos de apoio à bibliometria: a pesquisa operacional pode ser uma alternativa?. *Ciência da Informação*, Brasília, v. 31, n. 3, p.5-17, 2002.
- EZEMA, Benedict I; AMAKOM, Uzochukwu.** Optimizing Profit with the Linear Programming Model: A Focus on Golden Plastic Industry Limited, Enugu, Nígeria. *Interdisciplinary Journal Of Research In Business*. Awka, p. 37-49. ago. 2012.
- FOGLIATTO, Flavio.** *Pesquisa Operacional*. Porto Alegre: Ufrgs, 20-?. 167 p.
- HARTLEY, D. S.** *Optimization in the Textile Industry*. Disponível em: <<https://home.comcast.net/~dshartley3/INDUSTRY/Loom.htm>>. Acesso em: 30 jul. 2014.
- HILLIER, Frederick S.; LIEBERMAN, Gerald J.** *Introdução à pesquisa operacional*. 9. ed. Rio de Janeiro, RJ: McGraw-Hill, 2010. xxii, 1005
- LOESCH, Cláudio; HEIN, Nelson.** *Pesquisa operacional: fundamentos e modelos*. São Paulo: Saraiva, 2009. 248
- MARINS, Fernando Augusto Silva; PERIN FILHO, Clóvis.** *Programação Linear por Partes: Revisão Teórica e Aplicações*. Associação Brasileira de Engenharia de Produção, São Paulo, v. 6, n. 2, p.146-163, jul. 2006.
- MOREIRA, Daniel Augusto.** *Pesquisa operacional: curso introdutório*. São Paulo, SP: Thomson Learning, 2007. xiv, 356
- ORMEROD, Richard; ULRICH, Werner.** Operational research and ethics: A literature review. *European Journal Of Operational Research*. Milton Keynes, p. 1-17. jul. 2012.



**PEREIRA, Teresa Maria de Carvalho.** *Instituto Monsenhor Airoso: Museu Vivo.* 2009. 142 f. Tese (Doutorado) - Curso de Design e Marketing, Universidade do Minho, Minho, 2009.

**VIDAL, René Victor Valqui.** A Pesquisa Operacional: Um Campo Multidisciplinar. *Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional*, Rio de Janeiro, v. 26, n. 1, abr. 2006.